

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Вариант № 30****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (А1 – А10 и В1 – В3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию А1 – А10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям В1 – В3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (В4 – В11, С1, С2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям В4 – В11 надо дать краткий ответ, к заданиям С1 и С2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (С3, С5) и одно – геометрическое (С4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырёх заданий (В9, В10, В11, С4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1 – А10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "х" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1

Выполните действия: $2\left(c^{\frac{1}{4}}\right)^5 + 3c^{\frac{5}{4}}$.

- 1) $5c^{\frac{5}{2}}$ 2) $35c^{\frac{5}{4}}$ 3) $5c^{\frac{5}{4}}$ 4) $5c^{\frac{3}{2}}$

А2

Вычислите $\sqrt[4]{625 \cdot 0,0081}$.

- 1) 0,015 2) 5,3 3) 0,75 4) 1,5

А3

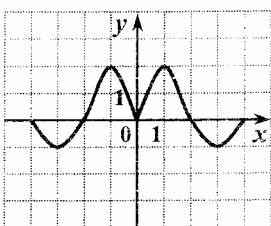
Найдите значение выражения $3 \cdot 2^{\log_2 5}$.

- 1) $\log_2 15$ 2) 125 3) 30 4) 15

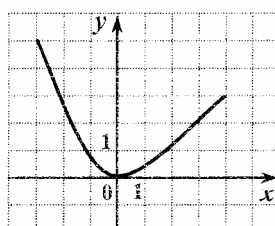
А4

На одном из рисунков изображен график чётной функции. Укажите этот рисунок.

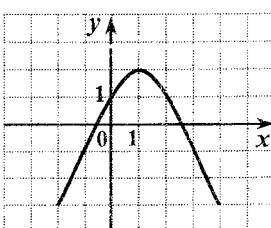
1)



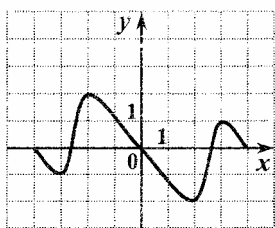
2)



3)



4)



А5

Найдите производную функции $y = 5x^5 + \cos x$.

- 1) $y' = 25x^4 - \sin x$
 2) $y' = 25x^4 + \sin x$
 3) $y' = \frac{x^6}{6} + \sin x$
 4) $y' = x^4 - \sin x$

A6 Какое из следующих чисел входит в множество значений функции

$$y = \left(\frac{1}{9}\right)^x + 9$$

- 1) 8 2) 6 3) 10 4) 9

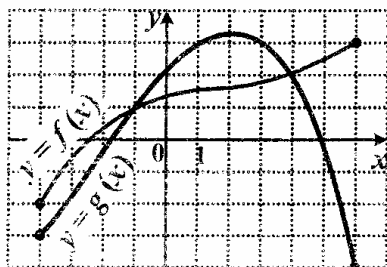
A7 Решите неравенство $\frac{2x \cdot (x+3)}{x-2} \geq 0$.

- 1) $(-3; 0) \cup (2; +\infty)$
 2) $(-\infty; -3] \cup [0; 2)$
 3) $[-3; 0] \cup (2; +\infty)$
 4) $(-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$

A8 Решите неравенство $5^{4x+6} \leq 125^x$.

- 1) $(-\infty; -6]$
 2) $(-\infty; -2]$
 3) $[-2; +\infty)$
 4) $[-6; +\infty)$

A9 На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, определенных на промежутке $[-4; 6]$. Укажите все значения аргумента, для которых выполняется неравенство $f(x) > g(x)$.



- 1) $[-4; -1] \cup [4; 6]$
 2) $[-4; -1) \cup (4; 6]$
 3) $(-4; -1) \cup (4; 6)$
 4) $(-1; 4)$

A10 Решите уравнение $\sin \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- 1) $(-1)^n \cdot \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in Z$
 2) $\pm \frac{3\pi}{4} + 6\pi n, n \in Z$
 3) $(-1)^n \cdot \frac{3\pi}{4} + 3\pi n, n \in Z$
 4) $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

Ответом на задания В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1 Решите уравнение $\sqrt{2x+1} = x-1$.

В2 Решите уравнение $5 \cdot 4^{\log_4 x} = 3x + 13$.

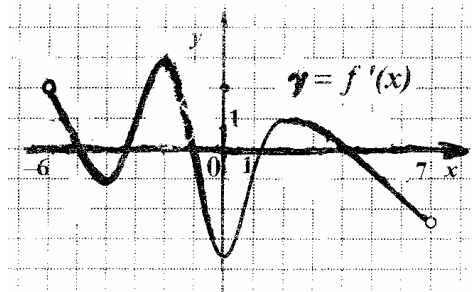
В3 Найдите значение выражения $2 + 3tg^2 x \cdot \cos^2 x$, если $\sin x = 0,4$.

ЧАСТЬ 2

В4 Найдите значение выражения $x + y$, если (x, y) - решение системы

$$\begin{cases} 9 \log_5 x - 7 \log_5 y = -5 \\ 4 \log_{\frac{1}{5}} x + 7 \log_5 y = 10. \end{cases}$$

В5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-6; 7)$. На рисунке изображен график производной этой функции. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ имеет наименьший угловой коэффициент.

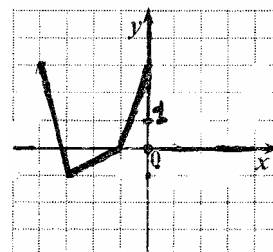


В6 Решите уравнение $\sqrt{-2x} \cdot \sqrt{-2x-5} = 6$.

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

В7 Найдите наименьший корень уравнения $tg(\pi x) \cos(9\pi x) + \sin(9\pi x) = \sin(10\pi x)$ на промежутке $(0; 3)$.

В8 Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На рисунке изображен график этой функции при $-4 \leq x \leq 0$. Найдите значение выражения $f(-11) \cdot f(0) - f(3)$.



***B9**

Катер прошел 75 км по течению реки и 42 км против течения реки за то же время, за которое он может пройти 115 км в стоячей воде. Найдите собственную скорость катера, если она больше 15 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч.

***B10**

Радиус основания цилиндра равен 5, а высота равна $4\sqrt{15}$. Отрезки AB и CD – диаметры одного из оснований цилиндра, а отрезок AA_1 – его образующая. Известно, что $AD = 2\sqrt{21}$. Найдите косинус угла между прямыми A_1C и BD .

***B11**

В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке K и прямую BC в точке P . Найдите периметр параллелограмма, если $DK = 12$, $PK = 18$, $BP = 15$.

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1

Найдите точки максимума функции

$$f(x) = \frac{3 - 3\sin^2(\pi x)}{\cos^2(\pi x)} \cdot x^2 + 10x^3 - 21x^4.$$

C2

Решите уравнение $4 - 5x + x^2 = 4(x-1)\sqrt{x}$.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3-С5) используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

С3 Найдите все значения a , для которых при каждом x из промежутка $[3; 9)$ значение выражения $\log_3^2 x + 3 \log_3 x - 5$ не равно значению выражения $a \log_3 x$.

***С4** В основании пирамиды $DABC$ лежит треугольник ABC , в котором $\angle C = 30^\circ$, $AC = 40$, $BC = 12\sqrt{3}$. Боковое ребро AD равно $2\sqrt{3}$ и перпендикулярно плоскости ABC . Сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину ребра BD параллельно прямым BC и AD , является основанием второй пирамиды. Ее вершина T – основание высоты BT треугольника ABC . Найдите объем второй пирамиды.

С5 Докажите, что система уравнений

$$\begin{cases} 3x^3 + 13x^2 + 20x + 14 = 0 \\ (6x + 17)^y - 5 = \frac{7y}{x} + 2^{x+y} \cdot \sqrt{9x(x+3)^2 - 3x^2 + 10x + 49} \end{cases}$$

имеет единственное решение.